

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тверской государственный технический университет»
(ТвГТУ)

Е.Е. Фомина

**Функции работы с матрицами. Решение систем
линейных уравнений в MS Excel**

Учебно-методическое пособие

Тверь 2017

УДК 512.64:004.9(075.8)
ББК 22.143:32.18я7

Рецензенты: кандидат технических наук, доцент кафедры «Информатики и прикладной математики» Тверского государственного технического университета Шматов Г.П.

Фомина, Е.Е. Функции работы с матрицами. Решение систем линейных уравнений в MS Excel: учебно-методическое пособие [Электронный ресурс] / Е.Е. Фомина. Тверь: Тверской государственный технический университет, 2017. 20 с.

В пособии описаны основные функции MS Excel, предназначенные для работы с матрицами. Приведены алгоритмы решения систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы и методом Крамера в MS Excel.

Предназначено для студентов всех специальностей, изучающих курс «Информатика».

Оглавление

1. Функции работы с матрицами в MS Excel	4
1.1. Функция матричного умножения МУМНОЖ	4
1.2. Функция расчета определителя МОПРЕД	7
1.3. Функция транспонирования матрицы ТРАНСП	7
1.4. Функция расчета обратной матрицы МОБР	8
2. Решение систем линейных уравнений в MS Excel	9
2.1. Метод обратной матрицы	9
2.1.1. Алгоритм метода	9
2.1.2. Пример	10
2.2. Метод Крамера	13
2.2.1. Алгоритм метода	13
2.2.2. Пример	14
Контрольные вопросы	20

1. Функции работы с матрицами в MS Excel

1.1. Функция матричного умножения МУМНОЖ

Синтаксис:

=МУМНОЖ(матрица1 ; матрица2)

Примечания:

1. Операция умножения возможна тогда и только тогда, когда количество столбцов первой матрицы равно количеству строк второй матрицы.

2. При умножении матрицы $A_{m \times n}$ на матрицу $B_{n \times k}$ получится матрица размером $m \times k$: $C_{m \times k}$.

Пример 1: найти матричное произведение $A*B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

1. Проверяем условие, при котором матричное умножение возможно: количество столбцов матрицы A (2 столбца) равно количеству строк матрицы B (2 строки), следовательно, операция умножения допустима.

2. Определяем размерность произведения $A*B$:

матрица A имеет размер 2×2 ,

матрица B имеет размер 2×1 ,

следовательно, матрица произведения $A*B$ будет иметь размер 2×1 .

3. Формируются исходные матрицы A и B (рис. 1.1).

4. Рассчитывается произведение $A*B$. Для этого выделяется диапазон F2:F3 (размером 2×1), ставится знак = и записывается формула =МУМНОЖ(A2:B3;D2:D3), нажимается сочетание клавиш Ctrl+Shift+Enter. В результате будет произведен расчет матрицы $A*B$ (рис. 1.1)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Матрица A			Матрица B		A*B		
2	1	2		1		=МУМНОЖ(A2:B3;D2:D3)		
3	8	3		2				
4								

F
A*B
5
14

Рис. 1.1. Матричное умножение

Примечание. Матрица $A*B$ представляет собой массив, т.е. смежный

диапазон, который обрабатывается табличным процессором MS Excel как *единое (неделимое) целое*. В нем нельзя редактировать или удалить отдельно взятый элемент. Любые операции применяются ко всем ячейкам массива одновременно.

В формулах массив записывается также как диапазон, заключенный в {...} скобки. Ввод формулы массива осуществляется одновременным нажатием комбинации клавиш *Ctrl+Shift+Enter*.

Если при обработке массива появилось сообщение «*Нельзя изменять часть массива!*» и дальнейшая работа с MS Excel стала невозможна, то для возврата в обычный режим нажимается клавиша Esc.

Пример 2: найти матричное произведение $Z*X*Y$, где $Z = \begin{pmatrix} 4 & -6 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$,

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -4 & 3 \\ 9 & 6 & 12 & -8 \\ 5 & 6 & -7 & 0 \end{pmatrix} \text{ и } Y = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

Данное матричное произведение следует вычислять по действиям:

1 действие $D_1 = Z*X$.

2 действие $D_2 = D_1*Y$.

1 действие.

1.1. Проверяем условие, при котором возможно первое действие: количество столбцов матрицы Z (3 столбца) равно количеству строк матрицы X (3 строки), следовательно, операция умножения допустима.

1.2. Определяем размерность произведения $Z*X$:

матрица Z имеет размер **2x3**,

матрица X имеет размер **3x4**,

следовательно, матрица произведения $D_1 = Z*X$ будет иметь размер **2x4**.

1.3. Формируются исходные матрицы Z и X (рис. 1.2).

1.4. Рассчитывается произведение $D_1 = Z*X$. Для этого выделяется диапазон A8:D9 (размером 2x4), ставится знак = и записывается формула $=МУМНОЖ(A2:C3;E2:H4)$, нажимается сочетание клавиш *Ctrl+Shift+Enter*. В результате будет произведен расчет матрицы D_1 (рис. 1.2).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Матрица Z				Матрица X			
2	4	-6	2		0	1	-4	3
3	3	1	0		9	6	12	-8
4					5	6	-7	0
5								
6								
7	Матрица D1							
8	=МУМНОЖ(A2:C3;E2:H4)							
9								
10								

Матрица D1			
-44	-20	-102	60
9	9	0	1

Рис. 1.2. Расчет матрицы D_1

2 действие.

2.1. Проверяем условие, при котором возможно второе действие: количество столбцов матрицы D_1 (4 столбца) равно количеству строк матрицы Y (4 строки), следовательно, операция умножения допустима.

2.2. Определяем размерность произведения $D_1 * Y$:

матрица D_1 имеет размер **2x4**,

матрица Y имеет размер **4x1**,

следовательно, матрица произведения $D_2 = D_1 * Y$ будет иметь размер **2x1**.

2.3. Формируется матрица Y (рис. 1.3).

2.4. Рассчитывается произведение $D_2 = D_1 * Y$. Для этого выделяется диапазон F8:F9 (размером 2x1), ставится знак = и записывается формула =МУМНОЖ(A8:D9;J2:J5), нажимается сочетание клавиш **Ctrl+Shift+Enter**. В результате будет произведен расчет матрицы D_2 (рис. 1.3).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Матрица Z				Матрица X				Матрица Y		
2	4	-6	2		0	1	-4	3		1	
3	3	1	0		9	6	12	-8		-3	
4					5	6	-7	0		0	
5										6	
6											
7	Матрица D1				Матрица D2						
8	-44	-20	-102	60	=МУМНОЖ(A8:D9;J2:J5)						
9	9	9	0	1							
10											

Матрица D2	
376	-12

Рис. 1.3. Расчет матрицы D_2

Примечание. Если при обработке матриц появилось сообщение «Нельзя изменять часть массива!» и дальнейшая работа с MS Excel стала невозможна, то для возврата в обычный режим нажимается клавиша Esc.

1.2. Функция расчета определителя МОПРЕД

Синтаксис:

=МОПРЕД(матрица)

Примечания:

1. Определитель рассчитывается только для квадратных матриц.
2. В результате работы функции получается одно число.

Пример: найти определитель матрицы A , где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$.

1. Формируется исходная матрица A (рис. 1.4).
2. Рассчитывается определитель. Для этого выделяется ячейка $A6$, ставится знак $=$ и записывается формула $=\text{МОПРЕД}(A2:B3)$, нажимается клавиша *Enter* (рис. 1.4).

	A	B	C
1	Матрица A		
2	1	2	
3	8	3	
4			
5	Определитель матрицы A		
6	=МОПРЕД(A2:B3)		

5	Определитель матрицы A		
6	-13		

Рис. 1.4. Расчет определителя

1.3. Функция транспонирования матрицы ТРАНСП

Синтаксис:

=ТРАНСП(матрица)

Примечание: транспонированием называют операцию, переводящую матрицу размерности $n \times m$ в матрицу размерности $m \times n$, делая столбцы исходной матрицы строками, а строки — столбцами.

Пример: найти матрицу A^T для матрицы $A = \begin{pmatrix} -9 & 0 \\ 6 & -4 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$.

1. Определяем размерность матрицы A^T : так как матрица A имеет

размер 3×2 , следовательно, матрица A^T будет иметь размер 2×3 .

2. Формируется исходная матрица A (рис. 1.5).

3. Рассчитывается матрица A^T . Для этого выделяется диапазон D2:F3 (размером 2×3), ставится знак $=$ и записывается формула $=\text{ТРАНСП}(A2:B4)$, нажимается сочетание клавиш $\text{Ctrl}+\text{Shift}+\text{Enter}$ (рис. 1.5).

	A	B	C	D	E	F
1	Матрица A			Матрица A^T		
2	-9	0		=ТРАНСП(A2:B4)		
3	6	-4				
4	4	7				
5						

Матрица A^T			
-9	6	4	
0	-4	7	

Рис. 1.5. Расчет транспонированной матрицы

1.4. Функция расчета обратной матрицы МОБР

Синтаксис:

$=\text{МОБР}(\text{матрица})$

Примечания:

1. Обратная матрица рассчитывается только для квадратных матриц.
2. Размер обратной матрицы совпадает с размером исходной.

Пример: найти обратную матрицу для матрицы $D = \begin{pmatrix} 7 & -8 & 5 \\ 0 & 3 & -4 \\ 7 & 2 & 8 \end{pmatrix}$.

1. Определяем размерность матрицы D^{-1} : так как матрица D имеет размер 3×3 , следовательно, матрица D^{-1} будет иметь размер 3×3 ,

2. Формируется исходная матрица D (рис. 1.6).

3. Рассчитывается матрица D^{-1} . Для этого выделяется диапазон E2:G4 (размером 3×3), ставится знак $=$ и записывается формула $=\text{МОБР}(A2:C4)$, нажимается сочетание клавиш $\text{Ctrl}+\text{Shift}+\text{Enter}$ (рис. 1.6).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Матрица D				Матрица D^{-1}		
2	7	-8	5		=МОБР(A2:C4)		
3	0	3	-4				
4	7	2	8				
5							

E	F	G
Матрица D^{-1}		
0,093294	0,215743	0,049563
-0,08163	0,061224	0,081633
-0,06122	-0,20408	0,061224

Рис. 1.6. Расчет обратной матрицы

2. Решение систем линейных уравнений в MS Excel

2.1. Метод обратной матрицы

2.1.1. Алгоритм метода

Дана система линейных алгебраических уравнений вида:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \quad (1)$$

Необходимо найти решение системы методом обратной матрицы.

1. Система уравнений (1) переписывается в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}. \quad (2)$$

2. Вводятся следующие обозначения:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix},$$

тогда (2) можно записать следующим образом:

$$A \cdot X = B. \quad (3)$$

3. Обе части уравнения (3) домножаются на матрицу A^{-1} .

$$A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B.$$

Так как $A^{-1} \cdot A = E$, получаем:

$$X = A^{-1} \cdot B.$$

То есть, для нахождения решения системы (1) нужно:

найти обратную матрицу A^{-1} ;

умножить обратную матрицу A^{-1} на вектор свободных элементов B .

4. Выполняется проверка. Для этого вычисляется произведение $A \cdot X$, если в результате получилась матрица, равная B , то решение системы найдено верно. В противном случае в ходе решения была допущена ошибка.

Важное примечание: необходимым и достаточным условием существования единственного решения системы линейных уравнений является условие **$\det A \neq 0$** .

2.1.2. Пример

Решить систему уравнений методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ -2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -8, \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = -4 \end{cases}$$

1. В таблице MS Excel формируется матрица A , соответствующая коэффициентам системы линейных уравнений (рис. 2.1).

Примечание: если в каком-то из уравнений одно из неизвестных отсутствует, в этом случае коэффициент при этом неизвестном считается равным нулю.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
				$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ -2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -8, \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = -4 \end{cases}$						
1										
2				Матрица A						
3			4	-2	3	-2				
4			-2	5	-2	1				
5			3	-2	3	-4				
6			-2	1	-4	2				

Рис. 2.1. Формирование матрицы исходных данных A

2. Формируется столбец свободных элементов B (рис. 2.2).

	A	B	C	D	E	F	G	H
				$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ -2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -8, \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = -4 \end{cases}$				
1								
2		Матрица A					Матрица B	
3		4	-2	3	-2		1	
4		-2	5	-2	1		6	
5		3	-2	3	-4		-8	
6		-2	1	-4	2		-4	

Рис. 2.2. Формирование матрицы B

3. Проверяется условие существования единственного решения системы уравнений: $\det A \neq 0$.

Для этого в ячейке B7 записываем формулу (рис. 2.3):

2		Матрица A					Матрица B					
3		4	-2	3	-2		1					
4		-2	5	-2	1		6					
5		3	-2	3	-4		-8					
6		-2	1	-4	2		-4					
7		=ЕСЛИ(МОПРЕД(B3:E6)<>0; "Система имеет единственное решение"; "Система решения не имеет")										

Система имеет единственное решение

Рис. 2.3. Проверка условия

4. Рассчитываются элементы матрицы A^{-1} (обратная матрица для матрицы A).

Для этого в MS Excel используется функция МОБР(массив), где «массив» — это исходная матрица A.

На листе выделяется диапазон размером 4×4 (4×4 – размерность обратной матрицы). Ставится знак = и записывается формула =МОБР(B3:E6). Нажимается сочетание клавиш Ctrl+Shift+Enter (рис. 2.4).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1				$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ -2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -8, \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = -4 \end{cases}$					
2		Матрица A					Матрица B		
3		4	-2	3	-2		1		
4		-2	5	-2	1		6		
5		3	-2	3	-4		-8		
6		-2	1	-4	2		-4		
7									
8		Матрица A-1					Матрица A-1		
9		=МОБР(B3:E6)					0,505618	0,11236	-0,10112
10							0,11236	0,247191	-0,02247
11							-0,10112	-0,02247	-0,17978
12							0,247191	-0,05618	-0,44944
13									
14									

Ctrl+Shift+Enter

Рис. 2.4. Расчет обратной матрицы

5. Вычисляются корни уравнения.

Для этого обратную матрицу A^{-1} нужно умножить на столбец свободных элементов B :

$$A^{-1}_{(4 \times 4)} * B_{(4 \times 1)}.$$

В результате умножения получится матрица $X_{(4 \times 1)}$, содержащая корни уравнения.

Операция умножения матриц осуществляется с помощью функции $\text{МУМНОЖ}(\text{массив1}; \text{массив2})$, где «массив1» — это матрица A^{-1} , «массив2» — это матрица B .

На листе выделяется диапазон размером 4×1 (4×1 – размерность матрицы X). Ставится знак $=$ и записывается формула $=\text{МУМНОЖ}(B9:E12; G3:G6)$.

Нажимается сочетание клавиш $\text{Ctrl}+\text{Shift}+\text{Enter}$ (рис. 2.5).

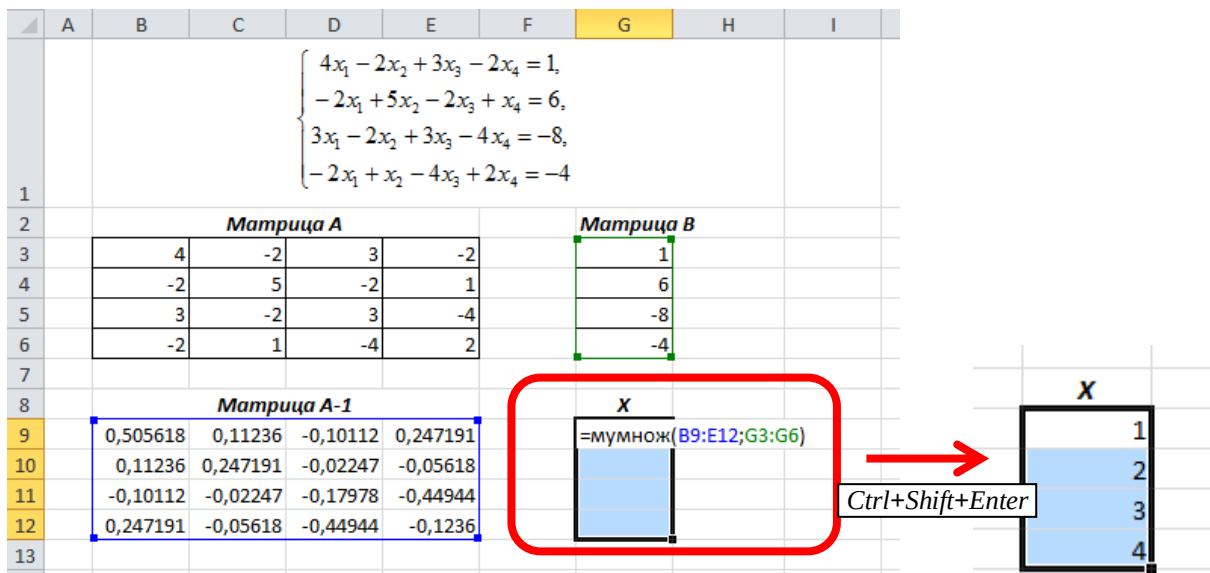


Рис. 2.5. Расчет X

6. Для того чтобы проверить правильность решения необходимо умножить исходную матрицу $A_{(4 \times 4)}$ на столбец $X_{(4 \times 1)}$. В результате умножения должен получиться столбец $B_{(4 \times 1)}$.

На листе выделяется диапазон размером 4×1 (4×1 – размерность матрицы B).

Ставится знак $=$ и записывается формула $=\text{МУМНОЖ}(B3:E6; G9:G12)$.

Нажимается сочетание клавиш $\text{Ctrl}+\text{Shift}+\text{Enter}$ (рис. 2.6).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ -2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -8, \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = -4 \end{cases}$$

Матрица A

4	-2	3	-2
-2	5	-2	1
3	-2	3	-4
-2	1	-4	2

Матрица B

1
6
-8
-4

Матрица A-1

0,505618	0,11236	-0,10112	0,247191
0,11236	0,247191	-0,02247	-0,05618
-0,10112	-0,02247	-0,17978	-0,44944
0,247191	-0,05618	-0,44944	-0,1236

X

1
2
3
4

Проверка

=МУМНОЖ(B3:E6;G9:G12)

Проверка

1
6
-8
-4

Полученная матрица совпала с матрицей B

Рис. 2.6. Проверка

2.2. Метод Крамера

2.2.1. Алгоритм метода

Дана система линейных алгебраических уравнений вида:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \quad (4)$$

Необходимо найти решение системы методом Крамера.

1. Система уравнений переписывается в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}. \quad (5)$$

2. Вводятся следующие обозначения:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix},$$

тогда (5) можно представить в виде:

$$A \cdot X = B. \quad (6)$$

3. Вычисляются определители:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ b_2 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_n & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & b_2 & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & b_n & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}, \quad \dots \quad \Delta_n = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & b_n \end{vmatrix}.$$

Где Δ - определитель матрицы A ;

Δ_1 - это определитель матрицы $A1$, полученной заменой в исходной матрице A первого столбца на столбец свободных элементов B ,

Δ_2 - это определитель матрицы $A2$, полученной заменой в исходной матрице A второго столбца на столбец свободных элементов B .

Δ_n - это определитель матрицы An , полученной заменой в исходной матрице A n -го столбца на столбец свободных элементов B .

4. Рассчитываются искомые неизвестные $x_1, x_2, \dots, x_n$ по формулам $x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \dots, x_n = \frac{\Delta_n}{\Delta}$.

5. Выполняется проверка. Для этого вычисляется произведение $A \cdot X$, если в результате получилась матрица, равная B , то решение системы найдено верно. В противном случае в ходе решения была допущена ошибка.

Важное примечание: необходимым и достаточным условием существования единственного решения системы линейных уравнений является условие **$\det A \neq 0$** .

2.2.2. Пример

Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ -2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -8, \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = -4 \end{cases}$$

1. В таблице MS Excel формируется матрица A , соответствующая коэффициентам системы линейных уравнений (рис. 2.7).

Примечание: если в каком-то из уравнений одно из неизвестных отсутствует, в этом случае коэффициент при этом неизвестном считается равным нулю.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4										
5										
6										

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ -2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -8, \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = -4 \end{cases}$$

Матрица A

Рис. 2.7. Формирование матрицы A

2. Формируется матрица B, соответствующая столбцу свободных элементов (рис. 2.8).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3								
4								
5								
6								

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ -2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -8, \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = -4 \end{cases}$$

Матрица A

Матрица B

Рис. 2.8. Формирование матрицы B

3. Проверяется условие существования единственного решения системы уравнений: $\det A \neq 0$.

Для этого в ячейке B7 записываем формулу (рис. 2.9):

2										
3										
4										
5										
6										
7										

Матрица A

Матрица B

Формула в ячейке B7: `=ЕСЛИ(МОПРЕД(B3:E6)<>0; "Система имеет единственное решение"; "Система решения не имеет")`

Результат: Система имеет единственное решение

Рис. 2.9. Проверка условия

4. Формируются четыре дополнительные матрицы A1, A2, A3, A4 по следующему правилу: каждая из них является копией матрицы A, только у матрицы A1 первый столбец заменяется на вектор B, у матрицы A2 второй столбец заменяется на вектор B, у матрицы A3 третий столбец заменяется на вектор B, а у матрицы A4 четвертый столбец заменяется на вектор B (рис. 2.10).

Рассмотрим процесс построения этих матриц в MS Excel на примере матрицы A1:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										
20										
21										
22										
23										
24										
25										

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ -2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -8, \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = -4 \end{cases}$$

Матрица A

4	-2	3	-2
-2	5	-2	1
3	-2	3	-4
-2	1	-4	2

Матрица B

1
6
-8
-4

Матрица A1

1	-2	3	-2
6	5	-2	1
-8	-2	3	-4
-4	1	-4	2

Матрица A2

4	1	3	-2
-2	6	-2	1
3	-8	3	-4
-2	-4	-4	2

Матрица A3

4	-2	1	-2
-2	5	6	1
3	-2	-8	-4
-2	1	-4	2

Матрица A4

4	-2	3	1
-2	5	-2	6
3	-2	3	-8
-2	1	-4	-4

Определитель матрицы A	-89
Определитель матрицы A1	-89
Определитель матрицы A2	-178
Определитель матрицы A3	-267
Определитель матрицы A4	-356

Решение системы (X)	
x1=	=E22/\$E\$21
x2=	=E23/\$E\$21
x3=	=E24/\$E\$21
x4=	=E25/\$E\$21

Рис. 2.13. Расчет определителей

7. Для того чтобы проверить правильность решения необходимо умножить исходную матрицу $A_{(4 \times 4)}$ на столбец $X_{(4 \times 1)}$. В результате умножения должен получиться столбец $B_{(4 \times 1)}$.

На листе выделяется диапазон размером 4×1 (4×1 – размерность матрицы B). Ставится знак $=$ и записывается формула $=\text{МУМНОЖ}(B3:E6; H22:H25)$. Нажимается сочетание клавиш $\text{Ctrl}+\text{Shift}+\text{Enter}$ (рис. 2.14).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											
26											

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ -2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -8, \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = -4 \end{cases}$$

Матрица A

4	-2	3	-2
-2	5	-2	1
3	-2	3	-4
-2	1	-4	2

Матрица B

1
6
-8
-4

Матрица A1

1	-2	3	-2
6	5	-2	1
-8	-2	3	-4
-4	1	-4	2

Матрица A2

4	1	3	-2
-2	6	-2	1
3	-8	3	-4
-2	-4	-4	2

Матрица A3

4	-2	1	-2
-2	5	6	1
3	-2	-8	-4
-2	1	-4	2

Матрица A4

4	-2	3	1
-2	5	-2	6
3	-2	3	-8
-2	1	-4	-4

Определитель матрицы A	-89
Определитель матрицы A1	-89
Определитель матрицы A2	-178
Определитель матрицы A3	-267
Определитель матрицы A4	-356

Решение системы (X)

x1=	1
x2=	2
x3=	3
x4=	4

Проверка

=МУМНОЖ(B3:E6;H22:H25)

6
-8
-4

Проверка

1
6
-8
-4

Полученная матрица совпала с матрицей B

Рис. 2.14. Проверка

Контрольные вопросы

1. Синтаксис функции матричного умножения МУМНОЖ.
2. Сформулируйте правило умножения матриц.
3. В чем отличие диапазона ячеек от массива?
4. Как осуществляется ввод формулы массива?
5. Как завершается ввод при наборе формулы для работы с массивом ячеек?
6. Синтаксис функции расчета определителя МОПРЕД.
7. Для каких матриц можно вычислить определитель?
8. Синтаксис функции транспонирования матрицы ТРАНСП.
9. В чем заключается сущность операции транспонирования?
10. Синтаксис функции расчета обратной матрицы МОБР.
11. Для каких матриц можно вычислить обратную матрицу?
12. В чем суть методики решения системы линейных уравнений методом обратной матрицы?
13. В чем суть методики решения системы линейных уравнений методом Крамера?